

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Analisi 120

A.A. 2011-2012 - Docente: Prof. Luigi Chierchia

Tutori: Vincenzo Morinelli, Emanuele Padulano

TUTORATO 10 MAGGIO 2012

SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI

1. Calcolare la somma delle seguenti serie di potenze:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n)!}$$

$$(c) \sum_{n=0}^{\infty} nx^n$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)! 2^{2n+1}}$$

$$(d) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+2}}{(n+1)(n+2)}$$

2. Esprimere i seguenti integrali come somma di una serie numerica:

$$(a) \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

$$(b) \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

3. Determinare il raggio di convergenza delle seguenti serie di potenze e discuterne il comportamento sul bordo del disco di convergenza:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{i^n n^2}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i-1)^n}{n!} z^n$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \sin(in) z^n$$

4. Calcolare:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{ne^x \arctan(nx)}{n^2 x^2 + 1} dx$$

$$(b) \int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi nx)}{n^2 + n} dx$$

$$(c) \int_0^{+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{2^n n^x} dx$$

5. Sia $f_n(x) = xe^{-2n^2 x^2}$. Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(x)$, stabilire se f_n e

f'_n convergono uniformemente e dire per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $\lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(x) = \left(\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \right)'$.